

基于去噪复数 FastICA 和稀疏重构的相干信号欠定 DOA 估计

侯进^{1,2}, 李昀喆^{2,3}, 李天宇^{2,3}

(1. 西南交通大学信息科学与技术学院, 四川 成都 611756; 2. 西南交通大学综合交通大数据应用技术国家工程实验室, 四川 成都 611756;
3. 西南交通大学唐山研究生院, 河北 唐山 063000)

摘 要: 针对现有的存在相干信号的 DOA 估计方法大多数不能用于欠定的情况, 即入射信号数超过传感器数的问题, 提出了一种复数快速独立成分分析算法(即复数 FastICA 算法)和稀疏重构算法结合的 DOA 估计方法。当均匀圆阵传感器数目为 M 时, 该算法最多可以估计 $M(M-1)$ 入射信号的到达角。针对低信噪比情况下, 复数 FastICA 分离效果差的问题, 提出了 2 种圆信号与非圆信号情况下通用的去噪复数 FastICA 算法。仿真结果与实测数据结果表明, 该算法可以进行欠定情况相干与非相干信号共存的 DOA 估计, 与目前的几种算法相比, 所提的 DOA 估计方法算法具有良好的性能。

关键词: 欠定情况; 复数快速独立成分分析; 稀疏重构; 到达角估计; 去噪; 相干信号

中图分类号: TN98

文献标识码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2021219

Underdetermined DOA estimation of coherent signals based on denoising complex FastICA and sparse reconstruction

HOU Jin^{1,2}, LI Yunzhe^{2,3}, LI Tianyu^{2,3}

1. School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China

2. National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Chengdu 611756, China

3. Graduate School of Tangshan, Southwest Jiaotong University, Tangshan 063000, China

Abstract: To solve the problem that most of the existing direction of arrival(DOA) estimation methods for coherent signals could not be used in the case of under determination, where the number of incident signals exceeds the number of sensors, a DOA estimation method combining complex fast independent component analysis (FastICA) and sparse reconstruction algorithm was proposed. When the number of uniform circular array(UCA) sensors was M , the DOA of $M(M-1)$ incident signals could be estimated at most. To solve the problem of poor separation effect of complex FastICA in the case of low signal-to-noise ratio(SNR), two general denoising complex FastICA algorithm were proposed, which could be used in the case of circular signal and non-circular signal. The results of simulation and measured data show that the proposed algorithm can estimate both coherent and incoherent signals in underdetermined cases. Compared with several existing algorithm, the proposed DOA estimation algorithm has good performance.

Keywords: underdetermined, complex fast independent component analysis, sparse reconstruction, DOA estimation, denoising, coherent signal

1 引言

实际的通信环境中, 多径效应导致存在大量相干信号, 使入射信号的数量超过传感器的数量的现

象普遍存在。在这样的复杂环境中, 现有的到达角(DOA, direction of arrival)估计方法将失败。DOA估计还有一个重要的目标就是在大量噪声的情况下, 定位间隔较小的信号源。许多经典的 DOA 估

收稿日期: 2021-07-28; 修回日期: 2021-10-08

基金项目: 四川省科技计划基金资助项目(No.2020SYSY0016)

Foundation Item: Science and Technology Plan Project of Sichuan Province (No.2020SYSY0016)

计技术通过利用少量源的存在来实现超分辨率。例如, Krim 等^[1]研究的多重信号分类 (MUSIC, multiple signal classification) 算法的关键部分就是低维子空间的假设。因此, 需要针对以上情况寻找一种新的 DOA 估计方法。

目前, DOA 估计方法可分为三类: 基于子空间的方法、基于独立分量分析 (ICA, independent component analysis) 的方法、基于稀疏重构的方法。当传感器和时间样本足够时, 除 MUSIC 算法, Esfandiari 等^[2]和 Zhuang 等^[3]研究了其他基于子空间的方法, 该类方法利用信号和噪声子空间之间的正交性来估计信号源的 DOA。但是, 当入射信号的数量大于传感器的数量时, 这些算法因为噪声子空间的消失都会失去最佳性能。

当入射信号的数量不大于传感器的数量时, 基于 ICA 的方法可以实现信号的盲分离和 DOA 估计, 其中分离再测向有助于多信源的 DOA 估计。Zamani 等^[4]和 Johnson^[5]通过 ICA 与波束合成结合, 提高算法的收敛速度, 但这些方法只能解决独立信号的 DOA 估计问题。对于相干信号, 基于 ICA 的方法的性能将严重下降。基于稀疏重构的方法可以根据不同的稀疏重构算法分为三类: Trinh-Hoang 等^[6]探究的基于匹配追踪 (MP, matching pursuit) 的方法、Malioutov 等^[7]和 Soubies 等^[8]探究的基于 lp 范数的方法、Hu 等^[9]和 Huang 等^[10]探究的基于稀疏贝叶斯学习 (SBL, sparse bayesian learning) 的方法。与基于子空间的方法和基于 ICA 的方法相比, 基于稀疏重构的方法在低信噪比 (SNR, signal-to-noise ratio)、小样本和信号相干的情况下可以获得更好的性能。但是需要入射信号的数量小于传感器的数量。对于欠定情况, 仍然无法解决相干信号 DOA 估计问题。

针对现有算法的不足, 本文提出了一种基于 ICA 和稀疏重构的 DOA 估计方法。ICA 算法中的快速独立主成分分析 (FastICA, fast independent component analysis) 算法具有收敛速度快、易使用等优点, 故本文使用 FastICA 算法进行信号盲分离。首先, 通过 FastICA 算法估计阵列流形; 然后, 将阵列流形中的导向矢量视为阵列输出的单个时间样本, 并通过稀疏重构来估计分离后的独立信源的 DOA, 独立信源可能包含相干信号和非相干信号。理论分析和仿真与实测实验结果表明, 该方法可以解决欠定情况下相干信号的 DOA 估计问题, 并能

进行多个非相干圆或非圆信号的 DOA 估计。

2 系统模型

假设有 M 个阵元的均匀圆阵 (UCA, uniform circular array), 如图 1 所示。该圆形阵列接收 N 个入射复数独立信源, 包含 N_1 个非相干复信号源和 K 组相干复信号源, 则独立信源总数为 $N=N_1+K$, 这些信号源位于不同方向的阵列远场中。其混合模型可以写成

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{s}(t) = [\mathbf{s}_1(t), \mathbf{s}_2(t), \dots, \mathbf{s}_N(t)]^T$ 为未知源信号; $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \dots, \mathbf{x}_M(t)]^T$ 为观测信号; $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_N)]$ 为混合阵列流形矩阵, $\mathbf{a}(\theta_n) = \left[\exp\left(-j\frac{2\pi r}{\lambda} \cos\left(\theta_n - (i-1)\frac{2\pi}{M}\right)\right) \right]^H, i=1, \dots, M$, θ_n 为第 n 个信号的波达方向角, λ 为信号的波长, r 为均匀圆阵的半径; $\mathbf{n}(t)$ 为均值为 0 的加性白高斯噪声。

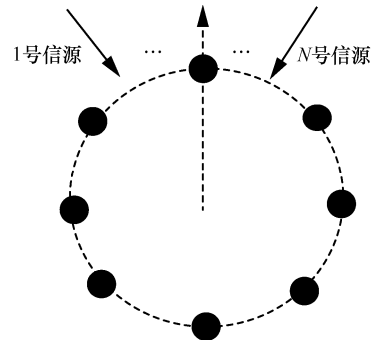


图 1 均匀圆阵示意

当信号为相干信号时, 假设第 k 个入射源信号 $\mathbf{s}_k(t)$ 包含 L_k 个相干信号, 这些相干信源从 θ_{lk} 方向入射到阵列上, 其中 $lk=1, 2, \dots, L_k$ 。假设在 θ_{lk} 中有 2 个相关信号 $\mathbf{s}_{ik}(t)$ 和 $\mathbf{s}_{jk}(t)$, 则两信源的相关系数表示为

$$\mu_{lk} = \frac{E[\mathbf{s}_{ik}(t)\mathbf{s}_{jk}^*(t)]}{\sqrt{E[|\mathbf{s}_{ik}(t)|^2]E[|\mathbf{s}_{jk}(t)|^2]}}$$

由 Schwartz 不等式可知 $|\mu_{lk}| \leq 1$, 故信号间的相关性定义为

$$\begin{cases} |\mu_{lk}| = 0, & \mathbf{s}_{ik}(t) \text{ 与 } \mathbf{s}_{jk}(t) \text{ 独立} \\ 0 < |\mu_{lk}| < 1, & \mathbf{s}_{ik}(t) \text{ 与 } \mathbf{s}_{jk}(t) \text{ 相关} \\ |\mu_{lk}| = 1, & \mathbf{s}_{ik}(t) \text{ 与 } \mathbf{s}_{jk}(t) \text{ 相干} \end{cases}$$

由以上定义可知, 当信源相干时, 相干信源之间只相差一复常数。阵列相干信号的数据模型应调整为

$$\mathbf{a}_n = \sum_{l_k=1}^{L_k} \mu_{lk} \mathbf{b}_{lk} = \mathbf{B}_k \mathbf{u}_k \quad (2)$$

其中, $\mathbf{b}_{lk} = \left[\exp\left(-j\frac{2\pi r}{\lambda} \cos\left(\theta_{lk} - (i-1)\frac{2\pi}{M}\right)\right) \right]^H, i=1, 2, \dots, M$; $\mathbf{B}_k = [\mathbf{b}_1, \dots, \mathbf{b}_{L_k}]$; $\mathbf{u}_k = [\mu_1, \dots, \mu_{L_k}]^H$; μ_{lk} 为传播衰落因子, 即复常数。

若信源中存在 K 组相干信号, 相干信源总数为 $N_K = \sum_{k=1}^K L_k$, 则入射信源总数即 $L = N_1 + N_K$ 。

在实际环境中, 由于相干信号存在, 很可能导致入射信号的数量大于阵列传感器的数量 (即 $L > M$) 的现象。在这种情况下, 现有方法无法成功估算 DOA。基于子空间的方法和基于稀疏重构的方法都仅在 $L < M$ 时有效。仅当 $L \leq M$ 时, 基于 ICA 的方法才有效。当 $L > M$ 时, 一些不确定的 DOA 估计方法^[11]可以成功估计 DOA, 但是这些方法都是基于源信号稀疏的假设, 这是一个限制性假设。针对这一问题本文考虑了更实用的假设, 即源信号是独立的, 且一组相干信源可以被看作一个独立信源。

通过分析可知, 存在相干信号情况下的阵列数据模型只有阵列流形矩阵 \mathbf{A} 不同, 显然, 当独立信源数小于阵元数, 即 $N \leq M$ 时, 可以使用 ICA 方法估计 \mathbf{A} 。但是由于相干信号的影响, DOA 的估计变得更加复杂, 不能用传统的方法估计 DOA。针对这一问题, 需要寻求一种新的 DOA 估计方法。

观察可以发现, 式(2)类似于阵列数据模型。当 L_k 个相干信号同时入射到拥有 M 个阵元的阵列时, 导向矢量 \mathbf{a}_n 可以看作阵列输出的单个时间样本。由于阵列输出只有一个时间样本, 基于子空间的方法和基于 ICA 的方法都不能工作。近年来提出的基于稀疏重构的方法在单时间样本条件下仍能成功地估计到达角。

如果 $L_k < M$, 可以通过空间稀疏重构 \mathbf{a}_n 来估计相干信号组的 DOA。本文将 ICA 与稀疏重构相结合, 对存在相干情况下的入射信号 DOA 进行估计。首先, 利用复数 FastICA 方法估计由导向矢量组成的阵列流形矩阵 \mathbf{A} ; 然后, 对每个导向矢量进行空间稀疏重构, 估计入射信号的 DOA。该方法可以同时估计相干信号和非相干信号的 DOA, 还可以在欠

定情况下估计相干信号的 DOA。同时, 由于直射波能量比其他反射或折射产生的相干信号高, 可以通过比较空间谱的峰值很容易地区分直射波的 DOA。

3 复数 FastICA 算法

3.1 除噪复数 FastICA 算法

一般复数信号 ICA 模型为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (3)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{s} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N]^T \in \mathbf{C}^N$ 为源信号数据; $\mathbf{A} \in \mathbf{C}^{M \times N}$ 为未知混合阵列流行矩阵; $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M]^T \in \mathbf{C}^M$ 为复数随机观测矩阵, 复数变量 $x_i = x_i^I + jx_i^Q, i = [1, 2, \dots, M], x_i^I \in \mathbf{R}, x_i^Q \in \mathbf{R}, x^I$ 为 x 的实部, x^Q 为 x 的虚部。一般情况下, 若复数源信号具有圆性则 $\mathbf{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^T\} = \mathbf{0}, \mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = \mathbf{0}$, 具有非圆性则 $\mathbf{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^T\} \neq \mathbf{0}, \mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} \neq \mathbf{0}$ 。当式(3)满足入射独立信源数不大于观测数据维数, 即 $N \leq M$ 时, 最多有一个信号源是非高斯分布的, 就可以恢复出原始信号。

ICA 的目标是找到一个解混矩阵 \mathbf{W} , 当式(4)中 \mathbf{y} 的所有分量都是独立的时, \mathbf{W} 达到其最优值。 \mathbf{y} 为 M 个信源 \mathbf{s} 的估计值, 故 $\mathbf{W}\mathbf{A} = \mathbf{I}, \mathbf{A} = \mathbf{W}^{-1}$, 此时 \mathbf{W}^{-1} 为阵列流行矩阵 \mathbf{A} 的估计。

真实的应用中往往存在噪声, 含噪声复数信号 ICA 模型为

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{n} = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_M]^T \in \mathbf{C}^M$ 为噪声向量。每个噪声 \mathbf{n}_m 都是均值为 0、方差为 δ^2 的高斯白噪声, 则 $\mathbf{E}\{\mathbf{n}\mathbf{n}^H\} = \delta^2 \mathbf{I}$ 。噪声间相互独立, 噪声与信源也相互独立, 噪声具有圆性信号的特征, 则 $\mathbf{E}\{\mathbf{n}\mathbf{n}^T\} = \mathbf{0}$ 。

一般情况下, 获取的观测数据都具有相关性, 需要对数据进行去相关处理。白化是一种常见的去相关方式, 主成分分析 (PCA, principal component analysis) 可用于白化处理, 其具有降维功能, 可以去除信号噪声的干扰。在观测信号的维度数大于实际独立信源的个数, 即 $M > N$ 时, 可以经 PCA 降维使观测信号与实际信源数相等。经过白化后观测数据的协方差是单位矩阵, 各维数据不相关。故经过 PCA 处理可以降低观测数据的维度, 且去除各观测数据间的相关性, 从而降低在 ICA 中问题的复杂度。

使用 PCA 对数据白化, 首先, 对观测数据 \mathbf{x} 各个分量进行中心化, 即

$$x_i = x_i - \bar{x}_i, i=1,2,\dots,M \quad (6)$$

其中, $\bar{x}_i, i=1,2,\dots,M$ 代表 \mathbf{x} 每一行的平均数。

使用中心化后的数据计算协方差矩阵, 即 $\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} \in \mathbf{C}^{M \times M}$, 对 \mathbf{R} 进行奇异值分解 $\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$, 其中 \mathbf{U} 、 \mathbf{V} 分别为 $M \times M$ 的左、右奇异向量矩阵, 且均为酉矩阵; $\mathbf{\Sigma}$ 为 $M \times M$ 的奇异值对角矩阵。

ICA 的前提条件是独立信源的准确估计, 当非相干信源与相干信源共存时, 独立信源数 $N = N_1 + K$ 。Bazzi 等^[12]提出了一种改进的 MDL (MMDL, modified minimum description length) 算法, 在含噪声观测数据、快拍数较少的情况下, 对信源估计的准确率优于传统 MDL。使用 MMDL 方法估计出独立信源数 N , 取 \mathbf{U} 中前 N 列的向量组成 \mathbf{U}_N , 对数据进行 PCA 降维处理, 即

$$\mathbf{x}_{\text{rot}} = \mathbf{U}_N^H \mathbf{x} \quad (7)$$

经过 PCA 降维后, 对降维数据进行白化处理, 白化后的数据满足 $\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{\text{white}}\mathbf{x}_{\text{white}}^H\} = \mathbf{I}$ 。降维后的每一维数据是独立的, 为确保每一维数据具有单位方差, 需对每一维数据除以标准差来进行缩放, 则白化后的数据为

$$\mathbf{x}_{\text{white}} = \frac{\mathbf{x}_{\text{rot}_i}}{\sqrt{\sigma_i^2}}, i=1,2,\dots,N \quad (8)$$

降维白化矩阵可表示为

$$\mathbf{C}_{\text{white}} = \mathbf{\Sigma}_N^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_N^H \in \mathbf{C}^{N \times M} \quad (9)$$

数据经过白化处理后, 在复数 FastICA 算法^[13]中, 代价函数为

$$\mathbf{J}(\mathbf{w}) = \mathbf{E}[G|\mathbf{w}^H \mathbf{x}_{\text{white}}|^2] \quad (10)$$

其中, $\mathbf{w} \in \mathbf{C}^N$, 满足 $\|\mathbf{w}\|^2 = 1$, 由此产生的优化问题表示为

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \arg \max_{\|\mathbf{w}\|^2=1} \mathbf{E}\{G\|\mathbf{w}^H \mathbf{x}_{\text{white}}\|^2\} \quad (11)$$

其中, G 为非线性函数, 常见的形式有 $G_1(y) = y^2$, $G_2(y) = \sqrt{b+y}$, $G_3(y) = \log(b+y)$; y 为自变量; b 为任取的常数值, 通常 $b = 0.1$ 。

Bingham 等^[13-14]提出复数 FastICA 算法的圆性信号学习规则为

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{E}\{g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)\}\mathbf{w}_n - \mathbf{E}\{g(|\mathbf{y}|^2)\mathbf{y}^* \mathbf{x}_{\text{white}}\}\mathbf{w}_{n+1} = \frac{\mathbf{w}_{n+1}}{\|\mathbf{w}_{n+1}\|} \quad (12)$$

Novey 等^[15]提出复数 FastICA 算法的非圆信号学习规则为

$$\mathbf{w}_{n+1} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}_{\text{white}}\mathbf{x}_{\text{white}}^T\}\mathbf{E}\{g'(|\mathbf{y}|^2)\mathbf{y}^{*2}\}\mathbf{w}_n^* - \mathbf{E}\{g(|\mathbf{y}|^2)\mathbf{y}^* \mathbf{x}_{\text{white}}\} + \mathbf{E}\{g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)\}\mathbf{w}_n$$

$$\mathbf{w}_{n+1} = \frac{\mathbf{w}_{n+1}}{\|\mathbf{w}_{n+1}\|} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{y} = \mathbf{w}^H \mathbf{x}_{\text{white}}$, $g(\mathbf{y}) = G'(\mathbf{y})$, $g'(\mathbf{y}) = G''(\mathbf{y})$, $*$ 代表求共轭。

$\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{\text{white}}\mathbf{x}_{\text{white}}^T\}$ 推导过程为

$$\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{\text{white}}\mathbf{x}_{\text{white}}^T\} = \mathbf{C}_{\text{white}} \mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} \mathbf{C}_{\text{white}}^T = \mathbf{C}_{\text{white}} (\mathbf{A}\mathbf{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^T\}\mathbf{A}^T + \mathbf{E}\{\mathbf{n}\mathbf{n}^T\}) \mathbf{C}_{\text{white}}^T \quad (14)$$

其中, $\mathbf{E}\{\mathbf{n}\mathbf{n}^T\} = \mathbf{0}$, 对于圆性信号 $\mathbf{E}\{\mathbf{s}\mathbf{s}^T\} = \mathbf{0}$, 故 $\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{\text{white}}\mathbf{x}_{\text{white}}^T\} = \mathbf{0}$ 。

非圆性信号学习规则即式(13)中的第一项 $\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{\text{white}}\mathbf{x}_{\text{white}}^T\}\mathbf{E}\{g'(|\mathbf{y}|^2)\mathbf{y}^{*2}\}\mathbf{w}_n^*$, 在圆性信号 $\mathbf{E}\{\mathbf{x}_{\text{white}}\mathbf{x}_{\text{white}}^H\} = \mathbf{I}$ 时其值为 0, 故不论入射信号为圆性信号还是非圆性信号, 都可使用式(13)计算, 故复数 FastICA 算法的通用学习规则为式(13)。

要进行 N 个信源的估计, 需进行 N 次迭代计算, 最终解混矩阵 $\mathbf{W}^H = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_N] \in \mathbf{C}^{N \times N}$, 在完成所有迭代后, 对 \mathbf{W} 进行对称正交变换, 去除 \mathbf{W} 间的相关性, 避免 \mathbf{w}_n 收敛到相同极值, 即 $\mathbf{W} = \mathbf{W}(\mathbf{W}\mathbf{W}^H)^{-\frac{1}{2}}$ 。

除噪复数 FastICA 算法具体步骤如算法 1 所示。

算法 1 除噪复数 FastICA 算法

- 1) 使用 MMDL 算法计算独立信源个数 N ;
- 2) 使用 PCA 对观测数据 \mathbf{x} 进行中心化;
- 3) 通过式(9)求得降维白化矩阵 $\mathbf{C}_{\text{white}}$, 得到 $\mathbf{x}_{\text{white}} = \mathbf{C}_{\text{white}} \mathbf{x}$;
- 4) 对解混矩阵 \mathbf{W} 进行初始化使 $\mathbf{W}^H = [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_N] = \mathbf{I}_N$;
- 5) 令 $i = 1$;
- 6) 使用式(13)对 \mathbf{w}_i 进行更新;
- 7) 若不满足 $|\mathbf{w}_{i+1} - \mathbf{w}_i| < \varepsilon$, 则返回步骤 6), 直到满足收敛条件;
- 8) 满足收敛, $i = i + 1, i < N$, 继续完成使用步骤 6) 下一个分量的分离;
- 9) 完成所有分量分离, 对求得的 \mathbf{W} 进行正交变换 $\mathbf{W} = \mathbf{W}(\mathbf{W}\mathbf{W}^H)^{-\frac{1}{2}}$;
- 10) 得到除噪白化的分离矩阵 $\mathbf{F} = \mathbf{W}^H \mathbf{C}_{\text{white}}$ 和

信源估计 $\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{F}\mathbf{x}$ 。

3.2 去噪复数 FastICA 算法

当 SNR 较大的情况下, 噪声对信号的影响可以忽略, 使用上文中的除噪算法, 在计算时只选取信号子空间, 使用 PCA 进行降维直接去除噪声的影响。当信噪比 SNR 较小时, 需要考虑到噪声对信号的影响。

使用式(6)对观测数据进行中心化, 并计算协方差矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} \in \mathbf{C}^{M \times M}$ 。对协方差矩阵进行奇异值分解, 即

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_S + \mathbf{R}_N = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H = \mathbf{U}(\mathbf{\Sigma}_S + \mathbf{\Sigma}_N) \mathbf{V}^H \quad (15)$$

其中, $\mathbf{\Sigma}_S = \text{diag}(\delta^2, \dots, \delta^2)_{M \times M}$, $\mathbf{\Sigma}_N = \text{diag}(\hat{\sigma}_1^2, \dots, \hat{\sigma}_N, 0, \dots, 0)_{M \times M}$, $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\hat{\sigma}_1^2 + \delta^2, \dots, \hat{\sigma}_N^2 + \delta^2, \delta^2, \dots, \delta^2)_{M \times M} = (\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2, \dots, \sigma_M^2)_{M \times M}$ 。

奇异值对角矩阵 $\mathbf{\Sigma}$ 理论上应满足如下关系:

$$\sigma_1^2 > \sigma_2^2 > \dots > \sigma_N^2 > \sigma_{N+1}^2 = \dots = \sigma_M^2 = \delta^2。$$

奇异值前 N 个对应信号子空间, 后 $M-N$ 个对应噪声方差 δ^2 。但在实际计算时, 这些奇异值 $\sigma_{N+1}^2, \dots, \sigma_M^2$ 往往不是相同的值, 故无法直接得到噪声方差 δ^2 。

若已知独立信源数 N , 通过噪声子空间特性, 可近似估计噪声方差

$$\delta^2 = \frac{\sigma_{N+1}^2 + \dots + \sigma_M^2}{M - N} \quad (16)$$

则 N 个信源组成的信号子空间奇异值矩阵为

$$\hat{\mathbf{\Sigma}}_N = \text{diag}(\sigma_1^2 - \delta^2, \dots, \sigma_N^2 - \delta^2)_{N \times N} \quad (17)$$

依据白化原则, 对观测数据进行降维和去相关线性变换, 因为去噪白化操作后的数据不再满足协方差矩阵为单位矩阵, 用“近白化”代替白化, 则近白化矩阵为

$$\hat{\mathbf{C}}_{\text{white}} = \hat{\mathbf{\Sigma}}_N^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_N^H \in \mathbf{C}^{N \times M} \quad (18)$$

其中, \mathbf{U}_N 为矩阵 \mathbf{U} 的前 N 列。

近白化后的观测矩阵为

$$\hat{\mathbf{x}}_{\text{white}} = \hat{\mathbf{C}}_{\text{white}} \mathbf{x} \quad (19)$$

经过去噪变换后, 近白化后的数据协方差矩阵不再是正交矩阵, 结合式(14)推导及 $\mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N = \mathbf{I}_N$, 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{x}}_{\text{white}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{white}}^T\} &= \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{C}}_{\text{white}} \mathbf{x} (\hat{\mathbf{C}}_{\text{white}} \mathbf{x})^T\} = \\ \mathbf{\Sigma}_N^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_N^H (\mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N \mathbf{U}_N^H + \delta^2 \mathbf{I}) \mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N^{-\frac{1}{2}} &= \\ \mathbf{\Sigma}_N^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N \mathbf{U}_N^H \mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N^{-\frac{1}{2}} + \mathbf{\Sigma}_N^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_N^H \delta^2 \mathbf{I} \mathbf{U}_N \mathbf{\Sigma}_N^{-\frac{1}{2}} &= \end{aligned}$$

$$\mathbf{I}_N + \delta^2 \mathbf{\Sigma}_N^{-1} \quad (20)$$

Bingham 等^[13]和 Novey 等^[15]在对式(12)和式(13)的推导中均使用了近似关系 $\mathbf{E}\{\mathbf{u}\mathbf{u}^H f(\mathbf{u})\} \approx \mathbf{E}\{\mathbf{u}\mathbf{u}^H\} \mathbf{E}\{f(\mathbf{u})\}$, 其中, \mathbf{u} 为白化处理后的数据 $\mathbf{E}\{\mathbf{u}\mathbf{u}^H\} = \mathbf{I}$, 故

$$\mathbf{E}\{\mathbf{u}\mathbf{u}^H f(\mathbf{u})\} \approx \mathbf{E}\{f(\mathbf{u})\} \quad (21)$$

式 (21) 对应式 (12) 和式 (13) 中的 $\mathbf{E}\{g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)\}$, 根据近似关系有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{(\hat{\mathbf{x}}_{\text{white}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{white}}^T)[g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)]\} &\approx \\ \mathbf{E}\{g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)\} & \quad (22) \end{aligned}$$

依据式(20)推导结果, 在去噪情况下式(22)应为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{x}}_{\text{white}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{white}}^T [g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)]\} &\approx \\ (\mathbf{I}_N + \delta^2 \mathbf{\Sigma}_N^{-1}) \mathbf{E}\{[g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)]\} & \quad (23) \end{aligned}$$

根据以上推导, 去噪复数 FastICA 算法的学习规则为

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{n+1} &= \mathbf{I}_K + \delta^2 \mathbf{\Sigma}_N^{-1} \mathbf{E}\{[g'(|\mathbf{y}|^2)|\mathbf{y}|^2 + g(|\mathbf{y}|^2)]\} - \\ \mathbf{E}\{g(|\mathbf{y}|^2) \mathbf{y}^* \hat{\mathbf{x}}_{\text{white}}\} + \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{x}}_{\text{white}} \hat{\mathbf{x}}_{\text{white}}^T\} \mathbf{E}\{g'(|\mathbf{y}|^2) \mathbf{y}^{*2}\} \mathbf{w}_n^* & \\ \mathbf{w}_{n+1} &= \frac{\mathbf{w}_{n+1}}{\|\mathbf{w}_{n+1}\|} \quad (24) \end{aligned}$$

对 \mathbf{W} 进行正交处理, 即 $\mathbf{W} = \mathbf{W}(\mathbf{W}\mathbf{W}^H)^{-\frac{1}{2}}$, 得到解混系数矩阵 $\mathbf{W} \in \mathbf{C}^{N \times N}$, 则去噪白化的信源分离矩阵表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{W}^H \hat{\mathbf{C}}_{\text{white}} \in \mathbf{C}^{N \times M} \quad (25)$$

信源 \mathbf{s} 的估计表示为

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{F}\mathbf{x} \quad (26)$$

去噪复数 FastICA 算法具体步骤如算法 2 所示。

算法 2 去噪复数 FastICA 算法

- 1) 使用 MMDL 算法计算独立信源个数 N ;
- 2) 对观测数据进行中心化处理;
- 3) 利用式(18)对中心化后的数据进行去噪近白化处理, 得到 $\hat{\mathbf{x}}_{\text{white}} = \hat{\mathbf{C}}_{\text{white}} \mathbf{x}$;
- 4) 令 $i=1$;
- 5) 使用式(22)对 \mathbf{w}_i 进行更新且归一化;
- 6) 若不满足 $|\mathbf{w}_{i+1} - \mathbf{w}_i| < \varepsilon$, 则返回步骤 5), 直到满足收敛条件为止;
- 7) 满足收敛, $i=i+1, i < N$, 继续使用步骤 5) 完成下一个分量的分离;

8) 完成所有分量分离, 对求得的 W 进行正交变换, 即 $W = W(WW^H)^{-\frac{1}{2}}$;

9) 得到去噪白化后的信源分离矩阵 $\hat{F} = W^H \hat{C}_{\text{white}}$ 和信源估计 $\hat{s} = \hat{F}x$ 。

上述 2 种去噪算法中, 算法 1 直接使用 PCA 去除噪声部分, 针对信号强度相当、信噪比高、噪声影响小的情况, 利用白化处理把观测信号全部投影到信号子空间, 在复数 FastICA 中也没有考虑噪声的影响。算法 2 适用于存在微弱信号或噪声过强等强干扰的情况, 根据噪声高斯、独立性, 对噪声进行了估计, 在白化处理中, 在信号子空间中减去噪声方差, 滤除信号子空间中噪声的干扰, 并在复数 FastICA 算法的迭代中, 考虑了噪声的影响对学习规则进行改进, 使盲分离算法更适用于存在噪声的情况和微弱信号的提取。

4 基于稀疏重构的 DOA 估计

从 ICA 的角度来看, 接收到的阵列数据是由不同方向接收到的独立信号混合而成的。混合矩阵为 A , 可以用复数 FastICA 估计分离矩阵, 则 A 可以用分离矩阵来估计。

对 A 中的每一列进行稀疏重构, 稀疏重构是由观测向量重构稀疏信号的过程。只要满足信号稀疏或可压缩条件, 就可用一个观测矩阵对矩阵进行稀疏表示, 稀疏表示后的信号越稀疏则重建后的精度就越高, 所包含的信源 DOA 信息越全面。对于稀疏表示的信号, 通过求解一个优化问题就能近似地重构信号。观测信号中信源具有稀疏性, 且每次都对 A 中一列即单个独立信源进行重构, 稀疏重构理论正是运用信号在观测空间上的稀疏特性来实现对入射信号角度估计的。

经过以上 2 种算法分析计算, 假设已经使用算法 2 估计去噪白化处理后的阵列流行矩阵 $\hat{A} = (W^H \hat{C}_{\text{white}})^{\#}$, 其中 $\#$ 表示矩阵的伪逆。虽然 ICA 不能识别出矩阵 A 的导向向量顺序, 但在本文所提 DOA 估计方法中并不会产生影响。假设 a_n 是 \hat{A} 的第 n 列即第 n 个信源的导向向量。算法的目标就是通过估计的导向向量 a_n , 求得其中非相干信源的到达角度 θ_n 或相干组信号到达角度 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ 。

为将导向向量 a_n 作为稀疏表示问题, 引入一个包括所有可能入射信号 DOA 的过完备字典 D , 假

设 $\Theta = [\alpha_1, \dots, \alpha_Q]$ 是所有可能的 DOA 组成的抽样网络。矩阵 Θ 中的列表示潜在入射信号 DOA 对应的导向矢量, $D = [d(\alpha_1), d(\alpha_2), \dots, d(\alpha_Q)]$,

$$d(\alpha_q) = \left[\exp \left(-j \frac{2\pi r}{\lambda} \cos \left(\alpha_q - (i-1) \frac{2\pi}{M} \right) \right) \right]^H, \quad i=1, \dots, M,$$

D 是已知的, 并且与信号源的实际位置无关。 \hat{a}_n 的空间过完备表示为

$$\hat{a}_n = Dv + \hat{n} \quad (27)$$

其中, \hat{n} 为小噪声部分, $v = [v_1, v_2, \dots, v_Q]$ 。如果 $\alpha_q = \theta_k$, 则 $v_q = \mu_k$; 否则 $v_q = 0$ 。将 DOA 估计问题转化成 v 的稀疏谱问题, v 中包含入射信号的真实 DOA 处主峰。可以解决式(27)的逆问题, 通过 L1 范数的方法将其正则化, 使其有利于信号稀疏。最小化 v 的空间谱, 则代价函数为

$$\min \| \hat{a}_n - Dv \|_2^2 + \beta \| v \|_1 \quad (28)$$

由于目标函数的数据是复数值, 因此, 无论是线性规划还是二次规划都不适用于其优化。此时, 可以采用二阶锥规划 (SOCP, second order cone programming) [16], 把复数凸优化问题转化成 SOCP 问题, 使在内点方法 (IPM, interior point method) 框架下实现高效的全局收敛算法。

把 L1 范数形式转化为 SOCP 形式。根据 Lobo 等 [17] 对 SOCP 的推导与分析。把式(28)转换成 SOCP 形式, 使用辅助向量 e 和 f 把目标函数进行线性表示, 将非线性部分代入约束条件, 则优化目标可转换成如下形式

$$\begin{aligned} \min \quad & e + \beta f \\ \text{s.t.} \quad & \| \hat{a}_n - Dv \|_2^2 \leq e, \| v \|_1 \leq f \end{aligned} \quad (29)$$

其中, v 为由非负复值组成的矢量, 故 $\| v \|_1 = \sum_{i=1}^Q v_i = I^T v$; I 为 $Q \times 1$ 的全 1 向量。约束条件 $\| v \|_1 \leq f$ 可以表示成 $\sqrt{v_i^2} \leq r_i$, 其中 $i=1, 2, \dots, Q$, 故 $I^T r \leq f$, 其中 $r = [r_1, r_2, \dots, r_Q]^T$ 。此外 $\hat{a}_n - Dv$ 可以用 q_n 表示, 即 $q_n = \hat{a}_n - Dv$ 。

故 SOCP 最终优化问题表示为

$$\begin{aligned} \min \quad & e + \beta f \\ \text{s.t.} \quad & \| q_n \|_2^2 \leq e, I^T r \leq f \\ & \sqrt{v_i^2} \leq r_i, i=1, 2, \dots, Q \end{aligned} \quad (30)$$

式(30)中重要的部分是正则化参数 β 的选择, 其平衡了实际问题中数据的拟合和稀疏性。Malioutov 等^[6]所提的 L1-SVD 算法中已经给出关于 β 的选择方法。 β 参数的选择是稀疏重构的关键, 在文献[6]中 β 的选择与信噪比有关, 需要根据噪声的大小分情况多次计算, 特别是在信噪比较小的情况下, 参数选择过程较复杂。但在本文中, 阵列流行矩阵 \mathbf{A} 的估计经过去噪处理, 其中噪声已进行滤除, 存在较小的噪声。此时, 只需保证 β 尽可能小, 且满足 $\|\hat{\mathbf{a}}\|_2^2 > \beta^2$, β 选择一个较小的固定值进行计算, 即可进行信号稀疏。

本节算法具体步骤如算法 3 所示。

算法 3 基于复数 FastICA 与稀疏重构的 DOA 估计

- 1) 根据算法 2 计算出分离矩阵, 估计阵列流行矩阵 $\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{W}^H \hat{\mathbf{C}}_{\text{white}})^{\#}$;
- 2) $\hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \dots, \hat{\mathbf{a}}_n]$, 令 $n=1$;
- 3) 此时将 $\hat{\mathbf{a}}_n$ 看作阵列单个时间样本, 以 1° 为采样间隔构造过完备字典 \mathbf{D} , 通过式(29)SOCP 框架求解 \mathbf{v} , 通过 \mathbf{v} 的谱峰计算 $\hat{\mathbf{a}}_n$ 中包含的独立信号 DOA 或相干信号 DOA;
- 4) 令 $n=n+1$, 若 $n \leq N$, 返回步骤 3); 否则结束循环; 完成所有信号的稀疏。

5 性能分析

基于 ICA 的算法最多能处理 M 个独立信源。在单个时间样本的情况下, 稀疏重构算法最多能处理 $\lfloor M/2 \rfloor$ 个入射源信号^[18], 因此本文所提算法最多能够处理 $M \lfloor M/2 \rfloor$ 个入射信号。实际上, 如果源信号的幅值满足随机分布, 那么稀疏重构算法能够处理 s 的入射信号数可以达到 $M-1$ 个。因此, 本文所提算法最多能够处理 $M(M-1)$ 个入射信号。例如, 当阵列传感器数量为 3 时, 该方法可最多可以处理 6 个入射信号, 其中 3 组相干信号, 每组相干信号包含 2 个相干信号。

在复数 FastICA 算法之前, 使用 PCA 预处理方式。对于阵列流行矩阵 \mathbf{A} 而言, 若信源数与阵元数相等, \mathbf{A} 需要估计 M^2 个元素, 经过白化后 \mathbf{A} 的待估计个数降为 $M(M-1)/2$, 且 \mathbf{A} 的估计为 $\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{W}^H \hat{\mathbf{C}}_{\text{white}})^{\#}$, 白化矩阵 $\hat{\mathbf{C}}_{\text{white}}$ 经过 PCA 降维处理为 $M \times N$, 故 \mathbf{W} 只需估计 N^2 个元素, 即 \mathbf{A} 只需估计 N^2 , 大幅减少了 FastICA 计算量, 提高了算法的运算效率。

6 实验仿真分析

为验证 ICA 算法的分离效果, 仿真实验使用 Amari 指数^[19]对除噪 FastICA 算法和去噪 FastICA 算法的分离信号性能进行评估。Amari 指数的定义为

$$I_A = \frac{1}{2N(N-1)} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{|p_{ij}|}{\max_n |p_{in}|} - 1 + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \frac{|p_{ij}|}{\max_n |p_{nj}|} - 1 \right) \quad (31)$$

其中, N 代表信源数; $\mathbf{P} = \mathbf{W}^H \mathbf{C}_{\text{white}} \mathbf{A} = \mathbf{F} \mathbf{A}$, 即分离矩阵与混合矩阵 \mathbf{A} 的积。 $I_A \in [0, 1]$, $10 \log I_A$ 的值代表分离效果, 值越小分离的效果越好, 若 $10 \log I_A < -10$, 则表示分离效果较好。

为验证本文所提 2 种去噪算法在不同信噪比下的分离效果, 使用非线性复数 FastICA 算法^[15]进行对比实验。进行仿真实验, 经过 500 次蒙特卡罗实验, 在九阵元均匀圆阵, 3 个非相干入射信号 $[30^\circ, 260^\circ, 120^\circ]$, 中心频率为 500 MHz, 快拍数 $L=500$, 阵元半径为 0.58 m, 对 3 个信号进行盲分离, 分离效果如图 2 所示。

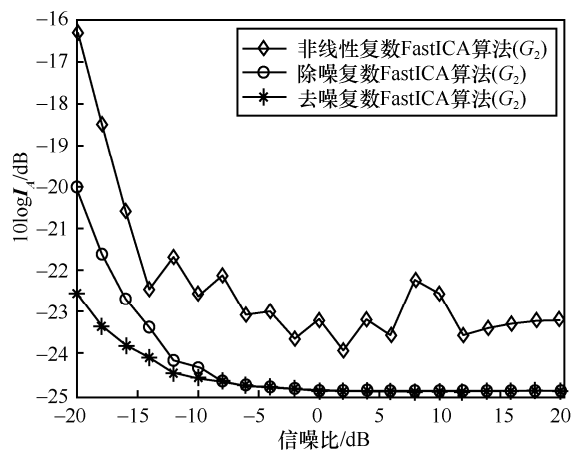


图 2 不同信噪比下 3 种 FastICA 算法分离效果

从图 2 可以看出, 当信噪比为 $[-20 \text{ dB}, 20 \text{ dB}]$ 时, 3 种 FastICA 算法均能达到较好的分离效果。当信噪比为 $[-20 \text{ dB}, -8 \text{ dB}]$ 时, 去噪复数 FastICA 算法优于除噪复数 FastICA 算法, 平均要好约 -1 dB 。当信噪比大于 -5 dB 时, 2 种去噪算法的性能趋于一致。非线性复数 FastICA 算法的性能由于没有去噪降维处理, 性能整体弱于 2 种去噪算法, 平均差约 -4 dB 。

对算法收敛性进行分析, SNR=-5 dB, 经过 500 次蒙特卡罗实验, 在门限设置为 10^{-12} 、最大迭代 500 次情况下, 收敛次数对比如表 1 所示。非线性 FastICA 算法迭代次数平均为 68 次, 远高于所提的 2 种去噪算法。除噪复数 FastICA 算法与去噪复数 FastICA 算法均表现出良好的算法性能, 在迭代 15 次以内就取得良好的收敛性。

表 1 3 种 FastICA 算法收敛次数对比

算法	平均收敛次数/次
非线性 FastICA 算法	68
除噪复数 FastICA 算法	12
去噪复数 FastICA 算法	14

通过非线性 FastICA 算法与 2 种去噪 FastICA 算法的分离效果和收敛性能分析实验, 可以看出去噪确实提高了对盲信号的分离性能, 特别是算法的收敛速度得到明显提高, 分离效果也得以提高。去噪复数 FastICA 算法整体表现优于除噪复数 FastICA 算法。

为验证 DOA 估计算法的有效性, 使用 L1-SVD^[6]、MUSIC^[1]算法和极大似然估计 (DML, deterministic maximum likelihood)^[1]与本文所提算法进行对比, 分别进行实测数据实验、相干信号欠定仿真实验、非相干信号超定仿真实验、低信噪比和信源小间隔实验等, 对算法的性能进行分析验证。

使用九阵元圆阵接收机, 接收机阵元半径为 0.58 m, 中心频率为 600 MHz, 快拍数为 8 192。采集实际数据, 其中包含一个非相干信号 103° 及一组相干信号 $[256^\circ, 320^\circ]$, 根据 MMDL 判断独立信源数 N 为 2。

表 2 给出了真实采集数据的情况下, 子空间经典算法、L1-SVD 与本文所提算法的 DOA 估计结果。因为有相干信号与非相干信号同时存在, 在没有进行解相干的情况, 直接判断信源个数, 故观测信号中只包含 2 个独立信源数, MUSIC 算法和 DML 算法都依赖于信源数的准确性, 故只能测出 2 个信源的 DOA。L1-SVD 法和本文所提算法在只提供独立信源数的情况下, 仍然可以得到 3 个信源的 DOA, 在本次实验中, L1-SVD 算法对其中一个信源 320° 的结果存在 1° 偏差, 本文所提算法的测向结果较为准确。

3 种算法在包含相干与非相干实测信号空间谱图如图 3 所示。从图 3 可以看出, 3 种算法均在 3 个目

标信源 DOA 处产生谱峰。但是在只有 2 个独立信源的前提下, MUSIC 只能得到 2 个信源 DOA 结果。

表 2 实测 3 个信源数据在不同算法下 DOA 估计结果

算法	DOA 估计结果
目标 DOA	$[103^\circ, [256^\circ, 320^\circ]]$
L1-SVD	$[103^\circ, [256^\circ, 319^\circ]]$
MUSIC	$[103^\circ, 320^\circ]$
DML	$[103^\circ, 256^\circ]$
本文所提算法	$[103^\circ, [256^\circ, 320^\circ]]$

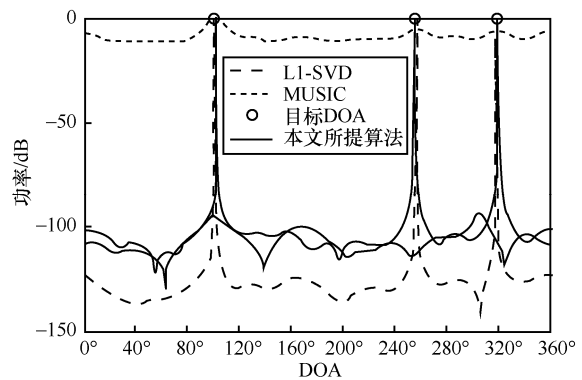


图 3 3 种算法在包含相干与非相干实测信号空间谱图

表 3 是实测 6 个信源数据的 DOA 结果, 使用 MMDL 估计信源数 N 为 6。在实际应用中, DML 对多信号的测向效果较差, MUSIC 及 L1-SVD 算法存在不同程度的错误, 本文所提算法仍保持良好的性能, 对于多信号测向表现出较强的分辨力和稳定性。

表 3 实测 6 个信源数据不同算法 DOA 结果

算法	DOA 结果	错误个数
目标 DOA	$[37^\circ, 96^\circ, 171^\circ, 290^\circ, 322^\circ, 358^\circ]$	—
L1-SVD	$[95^\circ, 138^\circ, 169^\circ, 198^\circ, 288^\circ, 358^\circ]$	1
MUSIC	$[37^\circ, 100^\circ, 171^\circ, 224^\circ, 288^\circ, 321^\circ]$	2
DML	$[95^\circ, 169^\circ, 195^\circ, 260^\circ, 333^\circ, 358^\circ]$	3
本文所提算法	$[37^\circ, 96^\circ, 171^\circ, 290^\circ, 322^\circ, 358^\circ]$	0

为验证算法对相干信号欠定情况, 本文对 $M(M-1)$ 个相干信源的分辨性能进行了仿真实验, 在阵元数为 3 的均匀圆阵, 信号的中心频率为 500 MHz, 阵元半径为 0.58 m, 快拍数 $L=200$, 信噪比为 10 dB, 生成 3 组相干信号 $[21^\circ, 92^\circ]$ $[150^\circ, 220^\circ]$ $[82^\circ, 153^\circ]$ 。通过去噪复数 FastICA 算法估计出阵列流行矩阵 \hat{A} 。对 \hat{A} 的每一列数据采用 L1 范数稀疏重构算法, 得到三组相干信号空间谱。欠定情况下基于子空间

的 MUSIC 等方法失效, 因此, 实验对比了 L1-SVD 与本文所提算法性能, 如图 4 所示。

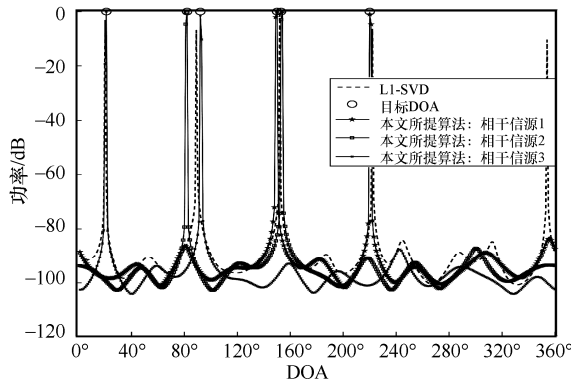


图 4 2 种算法在相干信源欠定情况空间谱

L1-SVD 算法只生成了 5 个谱峰, 在 $[21^\circ, 220^\circ]$ 目标角度正确出现谱峰, 由于 $[82^\circ, 92^\circ]$ 和 $[150^\circ, 153^\circ]$ 两两之间角度间隔较小, 此算法只在两组信源中间位置产生峰值, 在 360° 处产生一错误峰值, L1-SVD 法在本实验中表现较差。本文所提算法在三组相干信源的真实 DOA 处均出现峰值, 每组相干信号的真实 DOA 处分别产生 2 个峰值。

下面的仿真实验验证了本文所提算法对最大数量非相干信源分辨性能。在六阵元均匀圆阵, 信号的中心频率为 500 MHz, 阵元半径为 0.58 m, 快拍数 $L=200$, 信噪比为 -5 dB, 生成 6 个非相干信源 $[30^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ]$ 。当信源数与阵元数一致时, 基于子空间的 MUSIC 算法将失效, 因此, 实验对比了 L1-SVD 与本文所提算法的性能, 如图 5 所示。

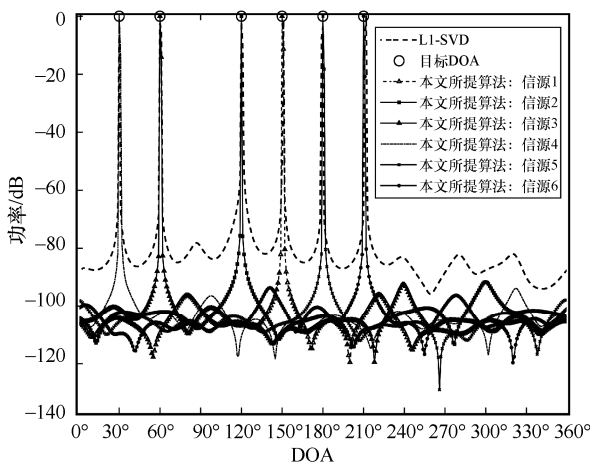


图 5 2 种算法在非相干最大信源数空间谱对比

从图 5 可以看出, 2 种算法均可测出 6 个信源的 DOA, 但 L1-SVD 算法在最后一个信源, 即 210° 处有少许偏差, 本文所提算法对 6 个信号均能准确定位。

本文所提算法有一个重要的特性就是可以分辨间隔较小的信源, 且对噪声有良好的稳健性。将这 2 个性能结合在一起进行分析。对于超分辨率方法来说, 分辨率取决于信噪比, 如超分辨率方法 MUSIC^[1]在高信噪比时显示出良好的分辨率, 但一旦噪声变得显著, 它们的分辨率开始下降。DML^[1]在初始化良好的情况下性能较好, 但在低信噪比下存在类似的稳健性问题。由于去噪复数 FastICA 和稀疏重构算法的结合使用, 本文所提算法可以承受更高水平的噪声。

在九阵元均匀圆阵, 3 个入射信号分别为 15° 、 20° 、 25° , 快拍数 $L=200$, 信噪比为 -10 dB, 中心频率为 500 MHz, 阵元半径为 0.58 m 条件下, MUSIC、L1-SVD 和本文所提算法进行低信噪比、小间隔仿真实验, 结果如图 6~图 8 所示。

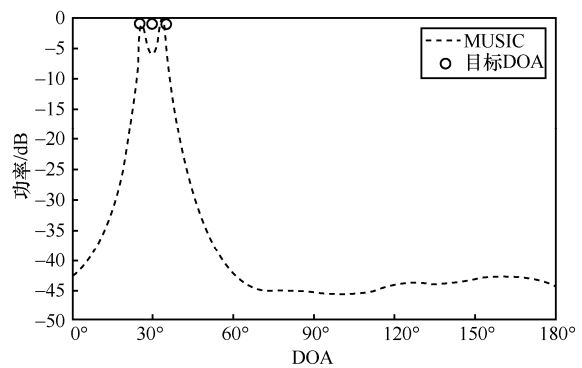


图 6 MUSIC 算法空间谱

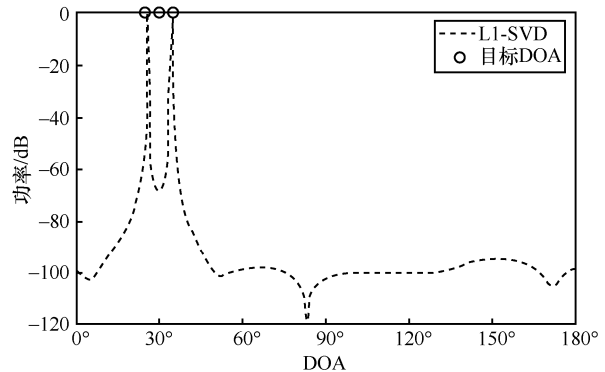


图 7 L1-SVD 算法空间谱

从图 6 和图 7 可以看出, 在低信噪比、小间隔情况下, MUSIC 和 L1-SVD 算法都只能得到 2 个信源对应的角度, 无法得到正确 DOA。从图 8 可以看出, 本文所提算法分别得到 3 个信源对应的正确 DOA, 对噪声稳健性强, 且可定位小间隔的信源。

7 结束语

本文提出了一种基于去噪复数 FastICA 和稀疏

重构的 DOA 估计方法, 与传统 DOA 方法相比, 该方法可以解决入射信号总数欠定情况下, 相干信号的 DOA 估计问题。当阵列传感器数量为 M 时, 本文所提算法最多可以处理 $M(M-1)$ 个入射信号。该算法也同样适用于阵元数与信源数相等, 即 $M=N$ 情况下非相干信源的 DOA 估计, 以及非相干与相干信号共存的 DOA 估计; 而且, 在低噪声、小信源间隔的情况下仍表现出良好的分辨率。经过理论分析、实际数据实验和仿真实验均可证明该算法的有效性。

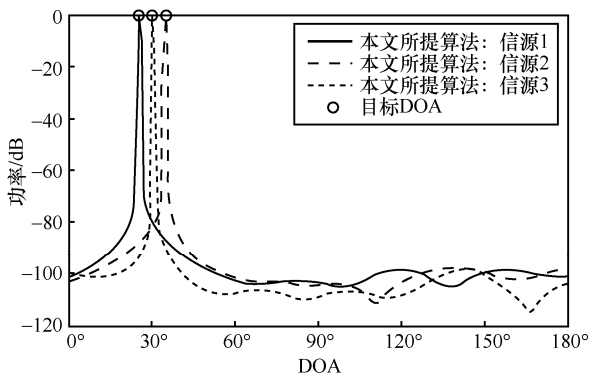


图 8 本文所提算法空间谱

参考文献:

- [1] KRIM H, VIBERG M. Two decades of array signal processing research: the parametric approach[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67-94.
- [2] ESFANDIARI M, VOROBYOV S A, ALIBANI S, et al. Non-iterative subspace-based DOA estimation in the presence of nonuniform noise[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2019, 26(6): 848-852.
- [3] ZHUANG J, YANG L, NING G Y, et al. Adaptive 2-D DOA estimation using subspace fitting[C]//Proceedings of 2018 IEEE 23rd International Conference on Digital Signal Processing (DSP). Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-5.
- [4] ZAMANI A, KLIMKE M, DARTMANN G, et al. Convolutional blind source separation with independent vector analysis and beamforming[C]//Proceedings of 2019 1st International Conference on Electrical, Control and Instrumentation Engineering (ICECIE). Piscataway: IEEE Press, 2019: 1-6.
- [5] JOHNSON R R. Effect of window length in combining blind source separation and beamforming[C]//Proceedings of 2017 Third International Conference on Sensing, Signal Processing and Security (ICSSS). Piscataway: IEEE Press, 2017: 447-449.
- [6] TRINH-HOANG M, MA W K, PESAVENTO M. A partial relaxation DOA estimator based on orthogonal matching pursuit[C]//Proceedings of ICASSP 2020 - 2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2020: 4806-4810.
- [7] MALIOUTOV D, CETIN M, WILLISKY A S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(8): 3010-3022.
- [8] SOUBIES E, CHINATTO A, LARZABAL P, et al. Direction-of-arrival estimation through exact continuous $\ell_2, 0$ -norm relaxation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 16-20.
- [9] HU N, SUN B, WANG J J, et al. Covariance-based DOA estimation for wideband signals using joint sparse Bayesian learning[C]//Proceedings of 2017 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC). Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-5.
- [10] HUANG M, HUANG L. Sparse recovery assisted doa estimation utilizing sparse Bayesian learning[C]//Proceedings of 2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2018: 3469-3473.
- [11] YANG J J, GUO Y, YANG Z Y, et al. Under-determined convolutive blind source separation combining density-based clustering and sparse reconstruction in time-frequency domain[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2019, 66(8): 3015-3027.
- [12] BAZZI A, SLOCK D T M, MEILHAC L. Detection of the number of superimposed signals using modified MDL criterion: a random matrix approach[C]//Proceedings of 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2016: 4593-4597.
- [13] BINGHAM E, HYVÄRINEN A. A fast fixed-point algorithm for independent component analysis of complex valued signals[J]. International Journal of Neural Systems, 2000, 10(1): 1-8.
- [14] ZHANG Y, KASSAM S A. Optimum nonlinearity and approximation in complex FastICA[C]//Proceedings of 2012 46th Annual Conference on Information Sciences and Systems (CISS). Piscataway: IEEE Press, 2012: 1-6.
- [15] NOVEY M, ADALI T. On extending the complex FastICA algorithm to noncircular sources[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(5): 2148-2154.
- [16] BEN-TAL A, NEMIROVSKI A. Lectures on modern convex optimization[M]. Berlin: Springer, 2001.
- [17] LOBO M S, VANDENBERGHE L, BOYD S, et al. Applications of second-order cone programming[J]. Linear Algebra and Its Applications, 1998, 284(1/2/3): 193-228.
- [18] CHEN J, HUO X M. Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(12): 4634-4643.
- [19] YANG Y C, NAGARAJAIAH S. Blind identification of damage in time-varying systems using independent component analysis with wavelet transform[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 47(1/2): 3-20.

[作者简介]



侯进 (1969-), 女, 重庆人, 博士, 西南交通大学副教授, 主要研究方向为无线通信、机器学习、深度学习、图像识别等。

李昀喆 (1996-), 女, 河南南阳人, 西南交通大学硕士生, 主要研究方向为无线电测向、深度学习。

李天宇 (1995-), 男, 山东临沂人, 西南交通大学硕士生, 主要研究方向为无线通信、信号处理与分析、深度学习。